

۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی (فصل ۳ ◀ درس ۱)

نکته:  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

راه حل اول:

$$x = \sqrt{3} + \sqrt{5} \Rightarrow x^2 = 3 + 5 + 2\sqrt{15} \Rightarrow x^2 = 8 + 2\sqrt{15}$$

$$\begin{cases} x^4 = (x^2)^2 = (8 + 2\sqrt{15})^2 = 64 + 4 \times 15 + 32\sqrt{15} \Rightarrow x^4 = 124 + 32\sqrt{15} \\ -16x^2 = -16(8 + 2\sqrt{15}) = -128 - 32\sqrt{15} \end{cases}$$

بنابراین:

$$x^4 - 16x^2 = 124 + 32\sqrt{15} - 128 - 32\sqrt{15} = -4$$

راه حل دوم:

نکته:  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

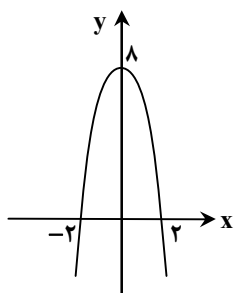
$$x = \sqrt{3} + \sqrt{5} \Rightarrow x^2 = 8 + 2\sqrt{15}$$

$$x^4 - 16x^2 = x^2(x^2 - 16) = (2\sqrt{15} + 8)(2\sqrt{15} - 8) = (2\sqrt{15})^2 - 8^2 = 60 - 64 = -4$$

۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* ریاضی (فصل ۴ ◀ درس ۲، فصل ۵ ◀ درس ۳)

با جایگذاری نقاط  $(2, 0)$ ،  $(-2, 0)$  و  $(0, 8)$  در ضابطه تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ضرایب  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به دست می آوریم:



$$f(0) = 8 \Rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = 8 \Rightarrow c = 8$$

$$\begin{cases} f(2) = 0 \xrightarrow{c=8} 4a + 2b + 8 = 0 \\ f(-2) = 0 \xrightarrow{c=8} 4a - 2b + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow 8a = -16 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow b = 0$$

بنابراین ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = -2x^2 + 8$  است.

به کمک رسم نمودار این سهمی، تک تک گزینه‌ها را بررسی می کنیم:

گزینه ۱: برد این سهمی برابر  $(-\infty, 8]$  است. پس این گزینه نادرست است.

گزینه ۲: خط  $x = 0$  محور تقارن این سهمی است. پس این گزینه نادرست است.

گزینه ۳: مطابق نمودار، نقطه  $(0, 8)$  رأس این سهمی است. پس این گزینه درست است.

گزینه ۴: این گزینه نادرست است.  $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 8 + (-2)\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 8 = \frac{15}{2} + \frac{15}{2} = 15$

۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* ریاضی (فصل ۲ ◀ درس ۱)

نکته:  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ،  $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ،  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos^2 30^\circ = \frac{3}{4}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin^2 45^\circ = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

با جایگذاری این مقادیر در عبارت داده شده، داریم:

$$\cos^2 \alpha - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8} \Rightarrow \cos^4 \alpha = (\cos^2 \alpha)^2 = \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$$



۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* ریاضی (فصل ۳ ◀ درس ۲)

نکته:  $\sqrt[n]{m\sqrt{a}} = nm\sqrt{a}$

ابتدا هریک از اجزای عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^4}}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{a^4}\right)^3 = \left(a^{\frac{4}{6}}\right)^3 = a^2$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^{24}}} = \sqrt[12]{a^{24}} = a^{\frac{24}{12}} = a^2$$

بنابراین حاصل عبارت برابر است با:  $a^2 - a^2 = 0$

۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضی (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: معادله یک سهمی با رأس  $(h, k)$  به صورت  $y = a(x-h)^2 + k$  است.

رأس سهمی نقطه  $(2, -2)$  است، پس معادله آن به شکل  $y = a(x+2)^2 + 2$  است. همچنین سهمی از نقطه  $(1, 0)$  می‌گذرد، پس داریم:

$$0 = a(1+2)^2 + 2 \Rightarrow 9a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{9}$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضی (فصل ۴ ◀ درس ۱)

نکته: اگر معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  ریشه مضاعف داشته باشد، آنگاه  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  و آن ریشه مضاعف برابر  $x = -\frac{b}{2a}$  است.

معادله موردنظر دارای ریشه مضاعف است، پس داریم:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (4m)^2 - 4(m-1)(6m-5) = 0 \Rightarrow 16m^2 - 4(6m^2 - 11m + 5) = 0 \xrightarrow{\div 4} 4m^2 - 6m^2 + 11m - 5 = 0$$

$$\Rightarrow -2m^2 + 11m - 5 = 0 \Rightarrow m = 5 \text{ یا } m = \frac{1}{2}$$

اگر  $m = \frac{1}{2}$ ، معادله موردنظر به صورت  $-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$  درمی‌آید که ریشه مضاعف آن  $x = -\frac{b}{2a} = 2$  عددی مثبت است.

اما اگر  $m = 5$ ، معادله موردنظر به صورت  $4x^2 + 20x + 25 = 0$  درمی‌آید که ریشه مضاعف آن  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2} = -2.5$  عددی منفی و

قابل قبول است.